Муниципальный тур Всероссийской олимпиады по физике
7 класс

Задача № 1. (8 баллов).
Какую единицу скорости выберешь ты для измерения своей скорости, если тебе придется уносить ноги от трёх разъярённых старшеклассников: $\frac{см}{час}$; $\frac{м}{час}$; $\frac{м}{с}$; $\frac{км}{с}$?
Который из старшеклассников догонит тебя, если скорость первого старшеклассника равна 48000 $\frac{см}{мин}$; второго – 2160000 $\frac{см}{час}$, третьего – 43200 $\frac{м}{час}$, а твоя скорость – 0,01 $\frac{км}{с}$?

Решение:
V_1 = 48000 с/мин= 8 м/с
V_2 = 2160000 см/час=6м/с
V_3 =43200 м/час = 12 м/с
V_4 = 0,01 км/с =10 м/с

Ответ: Догонит третий мальчик.

Баллы	Правильность(ошибочность) решения
8	Полное верное решение
6	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
6-5	Перевод одной из скоростей выполнен с ошибкой.
4-1	Допущено несколько ошибок в переводе единиц.
0	Решение ошибочно или отсутствует

Задача № 2 (4 балла)
Какое физическое тело не имеет ни формы, ни объёма?
Ответ: Такого физического тела нет.

Баллы	Правильность(ошибочность) решения
4	Полное верное решение
3-1	Имеются рассуждения, которые, однако, не привели к верному ответу.
0	Решение неверное, или отсутствует

Задача № 3. (10 баллов).
Учёный с мировым именем Иннокентий изобрёл средство передвижения, которое, рванув с места, проделало четверть пути со скоростью 10 м/с. Затем половину оставшегося пути проехало со скоростью 6 м/с. Остальной путь тащилось со скоростью 2 м/с. С какой средней скоростью ехал Иннокентий?
Решение:

$$V_{ср} = \frac{S_{весь}}{t_{все}}$$

$$V_{cp} = \frac{S_{весь}}{\frac{S_{весь}}{4\times 10} + \frac{3S_{весь}}{8\times 6} + \frac{3S_{весь}}{8\times 2}} = 3{,}64\ \frac{м}{с}$$

Ответ: $V_{ср}$ = 3,64 м/с

Баллы	Правильность(ошибочность) решения
10	Полное верное решение
8	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное, однако, содержит ошибки в определении отрезков пути.
2-3	Есть понимание физики явлений, но не найдено одно из необходимых уравнений для решения задачи.
1-2	Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи, но при этом отсутствует решение.
0	Решение неверное, или отсутствует.

Задача № 4. (10 баллов).

Клоун в цирке одной левой поднимает гирю, на которой написано 500 кг. На самом деле её масса в десять раз меньше. Объём гири 0,2 м^3. Какова средняя плотность гири? Сколько килограммов алюминия и сколько килограммов пенопласта потребовалось для изготовления этой гири?

(Можно считать, что объём гири равен сумме объёмов алюминия и пенопласта). Плотность алюминия 2700 кг/м^3 , плотность пенопласта 5 кг/м^3. Известно, что плотность – это физическая величина, равная отношению массы вещества к его объёму.

Решение:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{5кг}{0{,}2м^3} = 25\frac{кг}{м^3}$$

$$V = V_1 + V_2$$

$$V = \frac{m - m_a}{\rho_n} + \frac{m_a}{\rho_a}$$

После преобразования получаем: $m_a = \frac{m\rho_a - V\rho_a\rho_n}{\rho_a - \rho_n}$

Ответ: Масса алюминия 4 кг, масса пенопласта 1 кг

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение
8	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное, однако, содержит математические ошибки
2-3	Есть понимание физики явлений, но не найдено одно из необходимых уравнений для решения задачи.

1-2	Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи, но при этом отсутствует решение.
0	Решение неверное, или отсутствует.

8 класс.

Задача 1. (10 баллов)

В стакан налита вода при комнатной температуре $+20^0$C до половины объема. Туда доливают еще столько же воды при температуре $+30^0$C, установившаяся температура оказалась равна $+23^0$C. В другой такой же стакан наливают воду при комнатной температуре до 1/3 объема и доливают горячей водой ($+30^0$C) доверху. Какая температура установится в этом стакане? Потерями тепла в окружающее пространство за время установления температуры можно пренебречь.

Решение:

Обозначим теплоемкость стакана С Дж/град, тогда

$$\mathrm{C}\cdot(23-20)+4200\cdot 0{,}5V\cdot(23-20)=4200\cdot 0{,}5V\cdot(30-23)$$

$$C\cdot(t-20)+4200\cdot\left(\frac{V}{3}\right)\cdot(t-20)=4200\cdot\left(\frac{2V}{3}\right)\cdot(30-t)$$

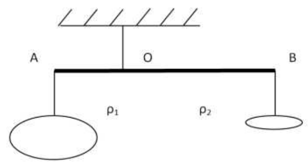
Если разделить каждое уравнение на 4200 V останется две неизвестные величины (C/4200V) и t.

Ответ: $t=+24^0$C.

Критерии:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение
8	Решение верное. Составлено и решено уравнение теплового баланса. Имеются небольшие недочёты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное. Составлено уравнение теплового баланса, но допущены ошибки при расчете масс.
2-3	Составлены уравнения на расчет необходимого количества теплоты (либо выделенного количества теплоты), уравнение теплового баланса не составлено.
0-1	Записаны отдельные уравнения на расчет количества теплоты, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, или отсутствует.

Задача 2.(10 баллов)



Два тела разных плотностей и объемов уравновешены на невесомом стержне АВ с соотношением плеч АО:ОВ=1:2 (см. рисунок). После того как тела полностью погрузили в воду, для сохранения равновесия стержня их пришлось поменять местами. Найти плотности тел ρ_1 и ρ_2, если ρ_2/ρ_1=2,5. Плотность воды $\rho_в$= 1000 кг/м^3.

Решение:

Запишем условие равновесия стержня до погружения тел в воду

$$\rho_1 V_1 = 2\rho_2 V_2 \qquad (1)$$

и после их погружения

$$2(\rho_1 - \rho_в) V_1 = (\rho_2 - \rho_в) V_2 \qquad (2)$$

Здесь через V_1, V_2 обозначены объемы тел, а через $\rho_в$ – плотность воды.

Отыскивая из первой формулы отношение объемов тел

$$\frac{V_1}{V_1} = \frac{2\rho_2}{\rho_1} = 5 \qquad (3)$$

Подставляем его во вторую формулу и приходим к уравнению

$$10\rho_1 - \rho_2 = 9\,\rho_0 \qquad (4)$$

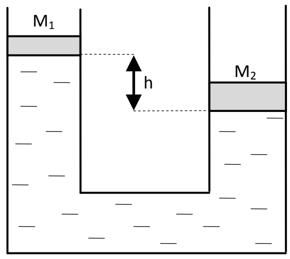
Решая это уравнение совместно с условием ρ_2/ρ_1=2,5, находим

ρ_1=1200 кг/м^3, ρ_2=3000 кг/м^3.

Критерии:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение
8	Решение в целом верное. Составлена система уравнений. Найдено отношение объемов тел. Допущены математические ошибки при расчете.
4-5	Записаны условия равновесия до погружения тел в воду и после погружения, составлена система уравнений
2	Записано условие равновесия до погружения тел в воду
0	Решение неверное, или отсутствует.

Задача 3 (10 баллов)



Два вертикальных сообщающихся цилиндра заполнены водой и закрыты поршнями с массами M_1=1кг и M_2=2 кг. В положении равновесия левый поршень расположен выше правого на величину h=10см. Когда на левый поршень поместили гирю массой m=2кг, поршни в положении равновесия оказались на одной высоте. Какова будет разность высот поршней H, если гирю перенести на правый поршень?

Решение:

Пусть S_1 и S_2 – площади поршней, ρ - плотность воды. Из условия равенства давлений в воде на одном уровне следуют уравнения:

$\frac{M_1 g}{S_1} + \rho g h = \frac{M_2 g}{S_2}$ (когда поршни находятся в исходном положении), (1)

$\frac{(M_1+m)g}{S_1} = \frac{M_2 g}{S_2}$ (когда гиря лежит на левом поршне), (2)

$\frac{M_1 g}{S_1} + \rho g H = \frac{(M_2+m)g}{S_2}$(когда гиря лежит на правом поршне). (3)

Выражая из первого и второго уравнений площади поршней получаем:

$$S_1 = \frac{m}{\rho h}, \quad S_2 = \frac{m}{\rho h} \cdot \frac{M_2}{M_1+m}. \qquad (4)$$

Подставляя найденные площади поршней в третье уравнение, получаем ответ:

$$H = h\left(1 + \frac{M_1+m}{M_2}\right) = \frac{5}{2} h = 25 см. \qquad (5)$$

Важно! *При решении задачи важно с самого начала учесть, что площади поршней отличаются друг от друга. Если ошибочно считать, что площади поршней одинаковы, то решение будет неверным.*

Критерии оценивания

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение, в котором пошагово представлены формулы 1-5 с пояснениями
8	Представлены правильные пояснения и уравнения (1) - (4)
6	Представлены правильные пояснения и уравнения (1), (2) и (3)

4	Представлены правильные пояснения и уравнения (1) и (2)
2	Есть понимание физики явления, представлено верно уравнение (1) с пояснением
0	Решение неверное, или отсутствует

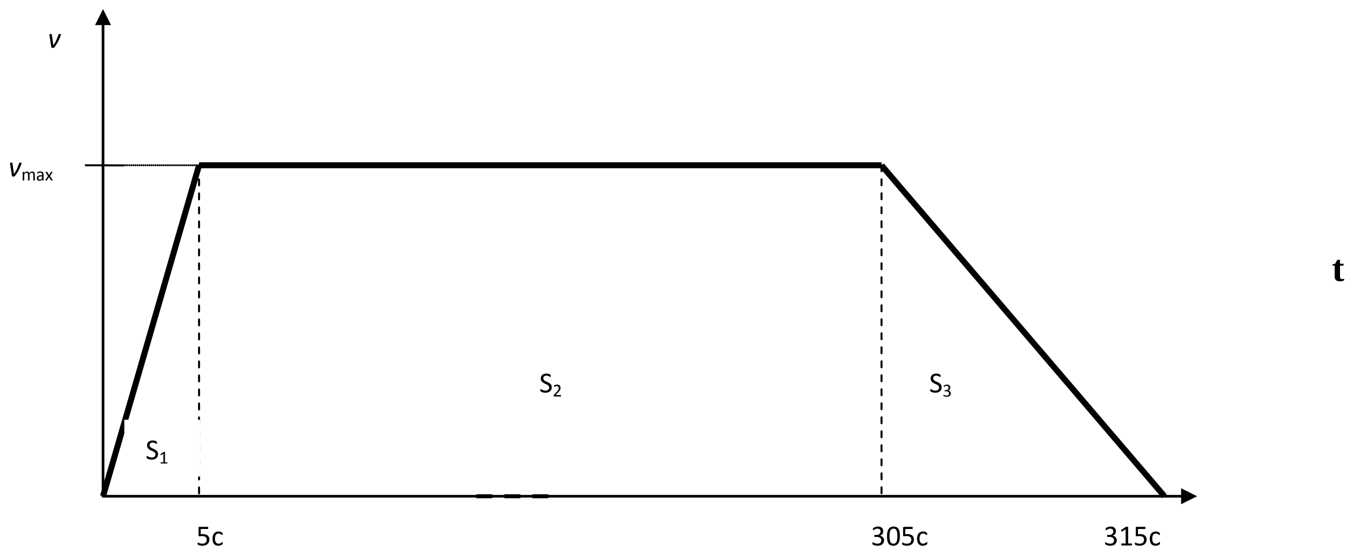
Задача 4 (10 баллов)

Мотоциклист начал двигаться из состояния покоя и в течение **5с** достиг максимальной скорости, затем в течение **5 мин** он двигается равномерно и, начав торможение, остановился через **10 с**. Причём средняя скорость за всё время движения была **9,76 м/с**. Найти максимальную скорость движения мотоциклиста. Ответ округлите до целых.

Примечание: задачу можно решить графически, построив график зависимости скорости от времени.

Решение:

Один из вариантов решения может быть графический:



Средняя скорость движения мотоциклиста рассчитывается как отношение всего пройденного пути к всему затраченному на этот путь времени. Весь пройденный путь – есть сумма путей по трём пройденным участкам, а всё затраченное время – есть сумма трёх промежутков времени, т.е.

$$v_{ср} = \frac{S}{t} = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{t_1 + t_2 + t_3} \quad (1).$$

Пройденный путь по каждому участку графически можно рассчитать как площадь фигуры под соответствующим участком графика движения. Участки S_1 и S_3 представляют из себя прямоугольные треугольники, площади которых рассчитываются как половина произведения двух катетов. Заметим, что один катет является параметром максимальной скорости, а второй – промежутком времени на данном участке движения. Участок S_2 представляет из себя прямоугольник, площадь которого рассчитывается как произведение двух сторон,

которые в свою очередь являются максимальной скоростью и промежутком времени движения на данном участке, соответственно.
Следовательно, имеем $S_1 = v_{max}t_1/2;\ S_2 = v_{max}t_2;\ S_3 = v_{max}t_3/2.$ (2)
Подставим (2) в (1), получим:
$v_{ср} = \dfrac{v_{max}t_1 + 2v_{max}t_2 + v_{max}t_3}{2(t_1 + t_2 + t_3)} = v_{max}\dfrac{t_1 + 2t_2 + t_3}{2(t_1 + t_2 + t_3)}$. Откуда следует, что

$$v_{max} = 2v_{ср}\frac{t_1 + t_2 + t_3}{t_1 + 2t_2 + t_3} = 2\cdot 9{,}76\cdot\frac{5 + 300 + 10}{5 + 600 + 10} \cong 10\ м/с$$

Ответ: v_{max}=10м/с
Критерии:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение
8	Верное решение. Приведена формула для расчета средней скорости, правильно учтены интервалы путей и времени, но содержится расчетная ошибка на последнем этапе.
5-6	Решение в целом верное, однако, содержит существенные ошибки (не физические, а математические).
2-3	Есть понимание физики явления. Приведена формула средней скорости, но при получении расчетной формулы не правильно учтены интервалы для путей и времени движения.
0-1	Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, или отсутствует.

9 класс.

Задача № 1. Аэростат поднимается с земли вертикально вверх с ускорением 2.45 м/с^2. Через 8 секунд от начала движения из его гондолы выпадает предмет. Через сколько времени и с какой скоростью этот предмет упадет на землю? Сопротивлением воздуха пренебречь. **(8 баллов).**

Решение.

Так как сначала предмет движется вместе в аэростатом, то через t_1 = 8 секунд он поднимется на высоту h_1 и будет иметь скорость v_1.

$$h_1 = \frac{at_1^2}{2}\,;\, v_1 = at_1$$

После подстановки значений получаем: h=78,4 м; v_1=19,6 м/с.

свяжем систему отсчета с землей, а ось координат направим вверх, тогда уравнение движения:

$$0 = h_1 + v_1 t_2 - \frac{gt_2^2}{2}$$

t_2 = 6,3 с - время движения предмета. Скорость v_2 находим из выражения:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2gh$$

Отсюда V_2 = 43.8 м/с.

Ответ: t_2 = 6.3 с; V_2 = 43.8 м/с.

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
8	Полное верное решение
7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5	Решение в целом верное, однако, содержит математические ошибки.
4-3	Есть понимание физики явлений, но не найдено одно из необходимых уравнений для решения задачи.
2-1	Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи, но при этом отсутствует решение.
0	Решение неверное, или отсутствует.

Задача № 2. (10 баллов).

На концах однородной подвижной платформы длинной l = 5 м. находятся два человека, массы которых m_1 = 60 кг и m_2 = 50 кг . Первый прошел до середины платформы, На какое расстояние надо переместиться по платформе второму человеку, чтобы платформа вернулась на прежнее место? М – масса платформы 200 кг.

Решение:

Скорости, которые приобретают тела в результате взаимодействия, обратно пропорциональны их массам, если тела находились в покое до взаимодействия.

$$\frac{m_1}{M + m_1 + m_2} = \frac{2St_1}{lt_1}$$
$$\frac{m_2}{M + m_1 + m_2} = \frac{2St_2}{xt_2}$$

S - смещение платформы. Получаем: $x = \frac{m_1 l}{2m_2}$

Ответ: x= 3 м

Баллы	Правильность(ошибочность) решения
10	Полное верное решение
8	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное, однако, содержит математические ошибки.
2-3	Есть понимание физики явлений, но не найдено одно из необходимых уравнений для решения задачи.
1-2	Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи, но при этом отсутствует решение.
0	Решение неверное, или отсутствует.

Задача № 3. (10 баллов).

Маленькому шарику, лежащему на поверхности собирающей линзы, сообщают вертикальную скорость 10 м/с. Сколько времени будет существовать действительное изображение шарика в этой линзе? Фокусное расстояние линзы 2м**.**

Решение:

В собирающей линзе будет существовать действительное изображение шарика, если он будет находиться на расстоянии больше фокусного.

Уравнение движения в общем виде:

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

После подстановки получаем квадратное уравнение:

$$5t^2 - 10t + 2 = 0$$

Решая квадратное уравнение, получаем: t_1=1,775 (с) ; t_2 =0.225 (с).

$$\Delta t = t_1 - t_2 = 1{,}775 - 0{,}225 = 0{,}55\ (c)$$

Ответ: Шарик будет виден в линзе в течение 0,55 секунды.

Баллы	Правильность(ошибочность) решения
10	Полное верное решение
8	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное, однако, содержит математические ошибки
2-3	Есть понимание физики явлений, но не найдено одно из необходимых уравнений для решения задачи.
1-2	Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи, но при этом отсутствует решение.
0	Решение неверное, или отсутствует.

Задача №4. (8 баллов).

Рыбак просверлил лунку в льдине и увидел, что до воды всего 10 см. Какова толщина льдины и сколько рыбы может наловить рыбак при хорошем клёве?

Масса рыбака со снаряжением M=80 кг, площадь льдины S=25 $м^2$, диаметр лунки 15 см, плотность льда 900 кг/$м^3$, плотность воды 1000 кг/$м^3$

Решение:

$\rho_в h_1 S = m_p$ после подстановки данных получаем, что рыбак может поймать 2500 кг рыбы, столько выдержит льдина.

Чтобы ответить на второй вопрос составляем уравнение:

$m_л g + Mg = \rho_в S h_2 g$; $\rho_л (h_1 + h_2) S + M = \rho_в S h_2$

После решения уравнения получаем выражение:

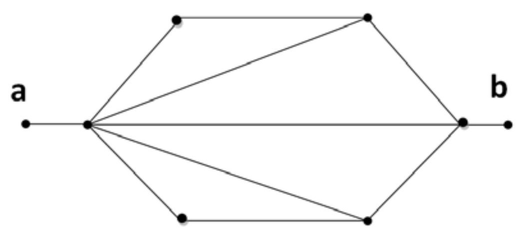
$h_2 = \frac{S\rho_л h_1 + M}{S(h_в - h_л)}$; $h = h_1 + h_2$

Ответ: h= 1, 032

Баллы	Правильность(ошибочность) решения
8	Полное верное решение
7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5	Решение в целом верное, однако, содержит математические ошибки.
4-3	Есть понимание физики явлений, но не найдено одно из необходимых уравнений для решения задачи.
2-1	Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи, но при этом отсутствует решение.
0	Решение неверное, или отсутствует.

Задача № 5. (10 баллов).

Рассчитайте сопротивление между точками **a** и **b**, если сопротивление каждого элемента равно 3,3 Ом ?



Решение:

Используя формулы для расчёта сопротивлений последовательных и параллельных участков электрической цепи, находим общее сопротивление.

$R_{общ}$=1,5 Ом

Ответ: $R_{общ}$=1,5 Ом

Баллы	Правильность(ошибочность) решения
10	Полное верное решение
8	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.

6-5	Допущены ошибки в расчете сопротивлений отдельных участков цепи.
4-3	Есть понимание физики явлений, но не найдено одно из необходимых уравнений для решения задачи.
2-1	Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи, но при этом отсутствует решение.
0	Решение неверное, или отсутствует.

10 класс

1. Высокий вертикальный сосуд с плоскими стенками и основанием в виде квадрата со стороной b движется по горизонтальной поверхности с постоянным ускорением $\vec{a}$, перпендикулярным боковой грани сосуда. Сосуд частично заполнен водой, причем уровень воды относительно дна до начала движения равен H. Определить максимальное давление в воде во время движения сосуда. Плотность воды ρ. (10 баллов)

Ответ: $P_{\max} = \left(H + \frac{ab}{2g}\right)\rho g$

Решение

В неинерциальной системе отсчета, связанной с сосудом, возникает эффективное "тяготение" с ускорением свободного падения

$$g' = \sqrt{g^2 + a^2}\ , \qquad (1)$$

и при этом плоский уровень воды в сосуде по отношению к горизонту составляет угол α, причем $tg\alpha = \frac{a}{g}$. "Вертикаль" в данной системе отсчета составляет также угол α с обычной вертикалью.

На Рис. 1 изображен вид сбоку – со стороны боковой поверхности сосуда – уровень CD воды в сосуде, причем AB=h – максимальная глубина от поверхности воды до дна (нижний угол сосуда, а $AB \perp CD$). Следовательно, искомое максимальное давление воды в сосуде равно

$$P_{\max} = \rho g' h = \rho h\sqrt{a^2 + g^2}. \qquad (2)$$

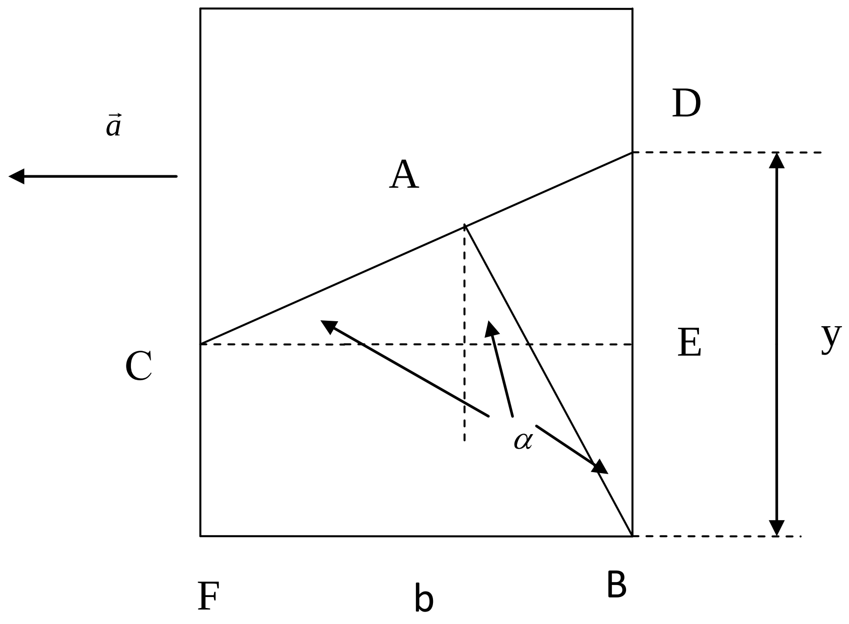


Рис. 1

Из Рис. 1 видно, что объем воды в сосуде равен

$$V = S_{CDBF} \cdot b\,, \qquad (3)$$

S_{CDBF} - площадь трапеции CDBF. Нетрудно видеть, что

$$S_{CDBF} = by - \frac{b^2 tg\alpha}{2}\,. \qquad (3)$$

Поэтому, поскольку объем воды в сосуде не меняется и равен, очевидно, также

$$V = b^2 H\,, \qquad (4)$$

где H – первоначальный уровень воды, возникает равенство

$$V = b^2 H = b^2 y - \frac{b^3 tg\alpha}{2}\,, \qquad (5)$$

откуда

$$y = H + \frac{btg\alpha}{2} \equiv H + \frac{ab}{2g}\,. \qquad (6)$$

Из Рис. 1 также видно, что

$$h = y\cos\alpha \equiv y\frac{g}{\sqrt{a^2+g^2}}. \qquad (7)$$

($\cos\alpha \equiv \frac{g}{\sqrt{a^2+g^2}}$, т.к. $tg\alpha = a/g$, а $1+tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$).

Поэтому из (2) с учетом (1), (6) – (7) окончательно получаем, что

$$P_{\max} = \left(H + \frac{ab}{2g}\right)\rho g.$$

Критерии оценки

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение. Решена система уравнений.
9	Верное решение. Имеются небольшие недочеты.
7-8	Правильно записаны выражения для давления, площадей и объемов
5-6	Есть понимание физики явления.
4-1	Есть уравнения, но отсутствует решение.

2. К шарику массы m, подвешенному на длинной невесомой нити, прикреплена легкая горизонтальная пружина жесткости k, соединенная другим концом с массивным телом. Найти период T малых колебаний такой системы. Длина нити равна l. (10 баллов)

Ответ: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+(kl/m)}}$

Решение

При отклонении маятника на малый угол α от вертикали (рис.1 удлинение пружины составит величину $x \cong l\alpha$, следовательно проекция силы упругости $\vec{F}_{упр}$ пружины на направление скорости шарика равна $kx\cos\alpha \cong kx \cong kl\alpha$. При этом проекция силы тяжести $m\vec{g}$ на это же направление равна $mg\sin\alpha \cong mg\alpha$. Это означает, что шарик колеблется как бы под действием одной силы тяжести $m\vec{g}'$ с ускорением свободного падения $g' = g + kl/m$, так как вследствие принципа суперпозиции силы $\vec{F}_{упр}$ и $m\vec{g}$ должны складываться, так, чтобы выполнялось $mg'\alpha \equiv (mg + kl)\alpha$. Таким образом, искомый период колебаний равен

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + (kl/m)}}.$$

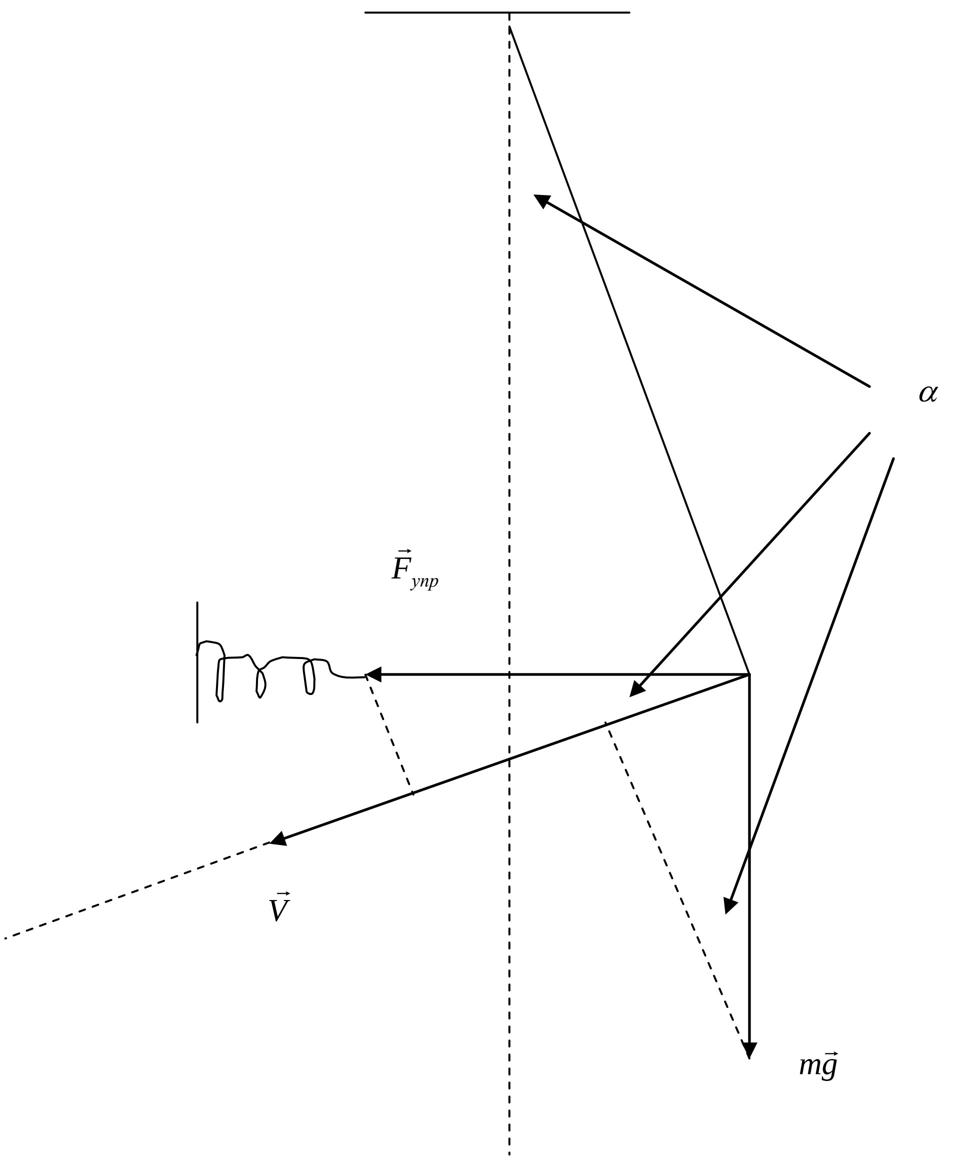


Рис. 1

Критерии оценки

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение. Решена система уравнений.
9	Верное решение. Имеются небольшие недочеты.
6-8	Правильно записаны выражения для сил и их проекций
4-5	Есть понимание физики явления.
3-1	Есть уравнения, но отсутствует решение.

3. В кипятильник налили 2л холодной воды при температуре 10^0C, и через 4 минуты вода закипела. Затем в кипятильник долили еще 1л такой же холодной воды. Через какое время вода вновь закипит? (10 баллов)

Ответ: 2 мин

Решение

Пусть T - температура смеси 2л кипятка (100^0C) и 1л холодной воды (10^0C). Составляем уравнение теплового баланса:

$$cm_{100}(100-T) = cm_{10}(T-10) \quad , \qquad (1)$$

где $m_{100} = 2m_{10}$ - масса кипятка (2л) по отношению к массе m_{10} долитой холодной воды (1л); c – удельная теплоемкость воды. Из (1) следует, что температура смеси

$$T = 70^0 C\,. \qquad (2)$$

Таким образом, чтобы нагреть теперь 3л воды, взятой при температуре $T = 70^0 C$, до температуры 100^0C (до кипения) необходимо затратить

$$Q = c3m_{10}(100^0 - 70^0) \equiv 90cm_{10} \text{ Дж} \qquad (3)$$

тепла.

Пусть P - эффективная мощность кипятильника (с учетом к.п.д.). Тогда по условию за время $t_1 = 4\text{мин}$ 2л ($2\,m_{10}$) холодной воды при 10^0C получат от кипятильника до момента закипания

$$Q_1 = c2m_{10}(100^0 - 10^0) \equiv 180cm_{10} = P\cdot t_1 \quad \text{Дж}\,. \qquad (4)$$

Пусть, далее, t – искомое время за которое произойдет закипание смеси (70^0C) из 2л кипятка и 1л холодной долитой воды. Тогда в согласии с (3) и (4) имеем:

$$Q = c3m_{10}(100^0 - 70^0) \equiv 90cm_{10} = P\cdot t\,. \qquad (5)$$

Сравнивая (4) и (5), получаем, что

$$t = t_1\frac{Q}{Q_1} = \frac{90cm_{10}}{180cm_{10}}t_1 = t_1/2 = 2\text{мин}\,. \qquad (6)$$

Критерии оценки

Баллы	Правильность (ошибочность) решения

10	Полное верное решение. Решена система уравнений.
9	Верное решение. Имеются небольшие недочеты.
7-8	Правильно записаны выражения для количества тепла
4-5	Есть понимание физики явления.
3-1	Есть уравнения, но отсутствует решение.

4. Найдите минимально возможное расстояние между предметом и его действительным изображением, если оптическая сила тонкой линзы равна 8 дптр. (8 баллов)

Решение:

Формула тонкой линзы:

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{h-d}=D$$

Где h - расстояние между предметом и изображением, d – расстояние между предметом и линзой.

Откуда

$$-d^2+hd-\frac{h}{D}=0$$

Данное уравнение имеет решение, если дискриминант неотрицателен:

$$h^2-4\frac{h}{D}=h(h-\frac{4}{D})\geq 0$$

Откуда минимально возможное расстояние:

$$h=\frac{4}{D}=0{,}5\text{м}=50\text{см}$$

Критерии оценки

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
8	Полное верное решение. Решена система уравнений.
7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты.
6-7	Получено квадратное уравнение
4-5	Правильно записаны выражения для оптической силы линзы
3-1	Есть уравнения, но отсутствует решение.

5. Медный провод длиной L=1м и диаметром d=1 мм перегибают в N точках под углом 90^0. Оценить N, если при этом электрическое сопротивление провода меняется на 1%. (8 баллов)

Ответ: $N\cong 10^{-2}\frac{4L}{\pi d}\approx 13$.

Решение

На каждом сгибе длина провода увеличивается в среднем на величину порядка $\frac{\pi}{2}r$, где $r=d/2$ - радиус провода. Поэтому $\Delta L\cong N\frac{\pi}{2}r=\frac{\pi dN}{4}$. Относительное изменение сопротивления провода равно

$$\frac{\Delta R}{R}=\frac{\Delta L}{L}\cong\frac{\pi dN}{4L}. \quad (1)$$

По условию $\frac{\Delta R}{R} = 10^{-2} \equiv 1\%$, поэтому из (1) получаем

$$N \cong 10^{-2} \frac{4L}{\pi d} \approx 13 .$$

Критерии оценки

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
8	Полное верное решение. Решена система уравнений.
7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты.
6-7	Правильно записано выражение для электрического сопротивления в зависимости от длины провода
4-5	Есть понимание физики явления.
3-1	Есть уравнения, но отсутствует решение.

11 класс

1. В гладком горизонтальном желобе около его дна маленькая шайба совершает колебания с небольшой амплитудой в плоскости, перпендикулярной оси желоба. В этой же плоскости при ее пересечении поверхность желоба образует кривую в виде параболы $y(x)=ax^2$. Найти период T малых колебаний шайбы. (10 баллов)

Ответ: $T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{2ag}}$

Решение

Вблизи дна желоба ($x \to 0$) шайба движется как бы в круглом желобе с некоторым радиусом R, так что период малых колебаний шайбы должен бы быть равен

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}} \qquad (1)$$

Радиус R находим следующим образом. Центр окружности находится на оси Oy в точке (0,R). Уравнение окружности имеет в данном случае вид:

$$x^2 + (y-R)^2 = R^2 \qquad (2)$$

Из (2) при $x \to 0$ и $y \to 0$ получаем, что

$$y \cong \frac{1}{2R}x^2 \qquad (3)$$

Сравнивая (3) с уравнением параболы $y(x)=ax^2$, получаем, что R=1/(2a), т.е. из (1) следует, что

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{2ag}} \qquad (4)$$

Критерии оценки

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение. Решена система уравнений.
9	Верное решение. Имеются небольшие недочеты.
7-8	Правильно записаны выражения для периода колебаний и уравнение окружности
4-5	Есть понимание физики явления.
3-1	Есть уравнения, но отсутствует решение.

2. По металлической трубе длиной L и сечением S со скоростью V течет вода, которая на входе имеет температуру t_1, а на выходе — температуру $t_2 < t_1$ вследствие того, что труба проходит через лед с температурой 0^0C. Оценить, сколько льда (кг/с) тает в единицу времени? (плотность воды и ее удельная теплоемкость равны ρ и c_m соответственно; удельная теплота плавления льда равна λ). (8 баллов)

Ответ: $\frac{\Delta M}{\Delta t}=\frac{\rho VSc_m}{\lambda}\frac{t_1-t_2}{2}$

Решение

За время $\Delta t = L/V$ в трубу зайдет вода с массой $m_в = \rho SL$ при температуре t_1 и за это же время произойдет её охлаждение до средней температуры $\frac{t_1+t_2}{2}$, так что при этом вода потеряет количество тепла

$$Q = c_m\rho SL\left(t_1-\frac{t_1+t_2}{2}\right)=c_m\rho SL\frac{t_1-t_2}{2}. \qquad (1)$$

Это количество тепла (1) идет на таяние льда, поэтому

$$Q=\lambda\Delta M, \qquad (2)$$

где ΔM - масса растаявшего за время Δt льда. Таким образом, искомое количество льда, которое тает в единицу времени, с учетом (1)-(2) равно

$$\frac{\Delta M}{\Delta t}=\frac{\rho VSc_m}{\lambda}\frac{t_1-t_2}{2}.$$

Критерии оценки

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
8	Полное верное решение. Решена система уравнений.
7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты.
6-7	Правильно записаны выражения для количества тепла
4-5	Есть понимание физики явления.
3-1	Есть уравнения, но отсутствует решение.

3. Два одинаковых тонких однородных стержня длиной L и массой M шарнирно подвешивают к горизонтальному потолку в точках A и B так, что AB=L. Затем нижние концы стержней сводят вместе, а в пространстве между стержнями и потолком создают жидкую пленку с коэффициентом поверхностного натяжения σ. При этом оказалось, что стержни сами по себе остаются в отклоненном положении, практически не взаимодействия друг с другом (тонкий зазор между ними). С какой силой F действует каждый стержень на шарнир? Массой жидкой пленки пренебречь. (10 баллов)

Ответ: $F=\frac{2\sqrt{3}}{3}\sigma L=\frac{\sqrt{3}}{6}Mg\approx 0{,}3Mg$.

Решение

Каждый стержень в равновесии составляет угол $\beta = 60^0$ с горизонтом. К центру тяжести стержня на расстоянии L/2 от шарнира приложена сила тяжести $M\vec{g}$, направленная вертикально вниз и сила поверхностного натяжения $\vec{F}_н$, лежащая в плоскости пленки и перпендикулярная к стержню.

Равенство моментов этих сил относительно шарнира при равновесии стержня имеет вид:

$$Mg\frac{L}{2}\cos\beta = F_н\cdot\frac{L}{2}\equiv 2\sigma L\cdot\frac{L}{2}, \qquad (1)$$

откуда при $\cos\beta=\cos 60^0=\frac{1}{2}$ следует, что

$$\sigma = \frac{Mg}{4L}. \qquad (2)$$

Направим ось Ox вдоль стержня и будем считать, что шарнир находится в точке x=0. Рассмотрим далее элемент dx стержня. Его масса $dm = \frac{M}{L}dx$.

Пусть сила упругого натяжения стержня (растянутого) в точке x равна $F(x)$. Сумма сил, действующих на элемент dx, при равновесии равна нулю. Проекция этих сил на вертикаль дает:

$$gdm \equiv \frac{M}{L}dx = \left[F(x) - F(x+dx)\right]\sin\beta + 2\sigma dx\cos\beta \; . \qquad (3)$$

Так как $F(x+dx) - F(x) = F_x' dx$, то из (3) следует, что

$$F_x' \equiv \frac{dF}{dx} = -\frac{\frac{M}{L}g - 2\sigma\cos\beta}{\sin\beta}. \qquad (4)$$

Из (4) путем интегрирования находим

$$F(x) = -\frac{\frac{M}{L}g - 2\sigma\cos\beta}{\sin\beta}x + C. \qquad (5)$$

В (5) константа интегрирования C находится из условия, что

$$F(L) = 0, \qquad (6)$$

т.е.

$$C = \frac{\frac{M}{L}g - 2\sigma\cos\beta}{\sin\beta}L. \qquad (7)$$

Таким образом, из (5) и (7) следует, что

$$F(x) = \frac{\frac{M}{L}g - 2\sigma\cos\beta}{\sin\beta}(L-x). \qquad (8)$$

С учетом (2) стержень действует на шарнир с силой

$$F \equiv F(0) = \frac{\frac{M}{L}g - 2\sigma\cos\beta}{\sin\beta}L = \frac{Mg - 2\sigma L\cos\beta}{\sin\beta} = \frac{2\sqrt{3}}{3}\sigma L = \frac{\sqrt{3}}{6}Mg \approx 0{,}3Mg. \qquad (9)$$

Критерии оценки

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение. Решена система уравнений.
9	Верное решение. Имеются небольшие недочеты.
7-8	Правильно записаны выражения для сил и их проекций
4-5	Есть понимание физики явления.
3-1	Есть уравнения, но отсутствует решение.

4. В электрическую цепь последовательно подключены n различных сопротивлений. Какую пару сопротивлений необходимо подключить параллельно друг другу, сохранив последовательно подключенные остальные сопротивления,

чтобы мощность тока в цепи возросла максимально возможно? Ответ обоснуйте. (10 баллов)

Ответ: максимально возможная мощность тока в цепи будет при параллельном подключении друг к другу самых больших сопротивлений.

Решение

Ранжируем все сопротивления цепи:

$$R_1 < R_2 < R_3 < \cdots < R_k < \cdots < R_m < \cdots < R_n$$

Общее сопротивление цепи будет:

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_k + \cdots + R_m + \cdots + R_n$$

Пусть мы подключили два сопротивления параллельно друг другу: R_k и R_m.

Тогда полное сопротивление, после некоторых преобразований, будет иметь вид:

$$\check{R} = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_k + \cdots + R_m + \cdots + R_n - R_k - R_m + \frac{R_k R_m}{R_k + R_m}$$

$$= R - \frac{{R_k}^2 + R_k R_m + {R_m}^2}{R_k + R_m}$$

В последней формуле выражение $\frac{R_k R_m}{R_k + R_m}$ представляет собой формулу общего сопротивления для параллельно соединенных сопротивлений.

Чтобы увеличить максимально мощность в цепи следует максимально уменьшить сопротивление $\check{R}$. Минимальное сопротивление $\check{R}$ будет при максимально большой функции $f(R_k, R_m)$.

Исследуем функцию $f(R_k, R_m) = \frac{{R_k}^2 + R_k R_m + {R_m}^2}{R_k + R_m} = \frac{R_k(R_k + R_m) + {R_m}^2}{R_k + R_m} = \boldsymbol{R_k} + \frac{\boldsymbol{R_m}^{\mathbf{2}}}{\boldsymbol{R_k} + \boldsymbol{R_m}} = \frac{{R_k}^2 + R_m(R_k + R_m)}{R_k + R_m} = \boldsymbol{R_m} + \frac{\boldsymbol{R_k}^{\mathbf{2}}}{\boldsymbol{R_k} + \boldsymbol{R_m}}$

Из представленных выше преобразований следует, что эта функция максимальна при максимальных $R_k и\ R_m$.

Следовательно, максимально увеличить мощность в цепи можно подключив параллельно друг к другу самые большие сопротивления, в ранжированном списке сопротивлений это сопротивления $R_{n-1}\ и\ R_n$.

Критерии оценки

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение. Решена система уравнений.
9	Верное решение. Имеются небольшие недочеты.
7-8	Правильно записаны выражения для силы Лоренца, изменения импульса
4-5	Есть понимание физики явления.
3-1	Есть уравнения, но отсутствует решение.

5. Во сколько раз изменится частота электромагнитных колебаний в LC-колебательном контуре (емкость конденсатора равна С), если катушку индуктивности L разъединить в ее середине и образовавшиеся концы соединить с конденсатором ёмкостью С? (8 баллов)

Ответ: в $\sqrt{2}$ раз.

Решение

В первоначальном контуре частота электромагнитных колебаний равна

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \qquad (1)$$

где L и C индуктивность катушки и емкость конденсатора соответственно.
В новом контуре суммарная индуктивность не изменилась, т.е. $L' = L$, а емкость соответствует двум последовательно соединенным конденсаторам с емкостями C, т.е. $C' = \frac{C \cdot C}{C + C} = C/2$. Таким образом, частота в новом контуре

$$\nu' = \frac{1}{2\pi\sqrt{L'C'}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC/2}} = \frac{\sqrt{2}}{2\pi\sqrt{LC}} = \nu\sqrt{2}, \qquad (2)$$

т.е. частота изменится в

$$\frac{\nu'}{\nu} = \sqrt{2} \text{ раза.}$$

Критерии оценки

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
8	Полное верное решение. Решена система уравнений.
7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты.
6-7	Правильно записаны выражения для периода колебаний
4-5	Есть понимание физики явления.
3-1	Есть уравнения, но отсутствует решение.